

# MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÉMAKÖRÖK – 2024.

## **1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok**

### **1.1. Halmazok**

Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.

#### **1.1.1. Halmazműveletek**

Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: egyesítés, metszet, különbség.

Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.

#### **1.1.2. Számosság, részhalmazok**

Tudja meghatározni a véges halmazok elemeinek számát. Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében.

### **1.2. Matematikai logika**

Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni.

Értse, és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet.

Ismerje az „és”, a „(megengedő) vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel.

Tudja a „ha...akkor...” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani.

Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket.

#### **1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában**

Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát.

Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis. Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását.

### **1.3. Kombinatorika**

Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja a kedvező esetek számát kiszámolni a komplementer eseménnyel is. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.

### **1.4. Gráfok**

Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám, teljes gráf.

Ismerje a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.

## **2. Számelmélet, algebra**

### **2.1. Alapműveletek**

Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).

### **2.2. A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek**

Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám).

Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat.

#### **2.2.1. Oszthatóság**

Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.

#### **2.2.2. Számrendszerek**

Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből „n” ( $n < 10$ ) alapú számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot.

### **2.3. Racionális és irracionális számok**

Tudja definiálni a racionális és az irracionális szám fogalmát és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.

### **2.4. Valós számok**

Ismerje a valós számkör felépítését ( $N, Z, Q, Q^*, R$ ), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Ismerje és használja a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését. Ismerje az abszolútérték definícióját. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal. Tudjon adott helyiértékre vonatkozóan helyesen kerekíteni.

### **2.5. Hatvány, gyök, logaritmus**

Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Bizonyítsa a hatványozás azonosságait konkrét alap és pozitív egész kitevő esetén.

Definiálja és használja az „n-edik gyök a” fogalmát. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.

Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát. Tudja kiszámolni a tetszőleges alapú logaritmus értékét 10-es alapú logaritmus segítségével.

### **2.6. Betűkifejezések**

#### **2.6.1. Nevezetes azonosságok**

Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását:  $(a + b)^2$ ;  $(a - b)^2$ ;  $a^2 - b^2$ .

Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerűműveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).

## **2.7. Arányosság**

Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát.

### **2.7.1. Százalékszámítás**

Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát.

## **2.8. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek**

Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata. Tudja meghatározni szóveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével.

### **2.8.1. Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek.**

Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szóveges feladatok megoldásában.

#### **2.8.1.1. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek**

Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani.

#### **2.8.1.2. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek**

Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.

Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát és diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést.

Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.

Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét.

Alkalmazza feladatokban a gyöktényezős alakot.

Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szóveges feladatokat megoldani.

Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket megmegoldani.

#### **2.8.1.3. Magasabb fokú egyenletek**

Tudjon másodfokú egyenletre visszavezethető szóveges feladatokat megoldani.

#### **2.8.1.4. Négyzetgyökös egyenletek**

Tudjon  $\sqrt{x + b} = cx + d$  típusú egyenleteket megoldani.

### **2.8.2. Nem algebrai egyenletek- Exponenciális egyenletek**

Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket megoldani.

Tudjon exponenciális folyamatokkal kapcsolatos problémákat felismerni, modellezni és megoldani.

### **2.8.3. Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek**

Tudjon egyszerűbb első- és másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani.

## **3. Függvények, az analízis elemei**

### **3.1. A függvény**

Ismerje a függvény matematikai fogalmát és a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet.)

Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni.

Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetében  $f(x) = c$  alapján az  $x$ -et meghatározni.

Ismerje a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál.

Tudjon kölcsönösen egyértelmű hozzárendelést megfordítani, és a megfordított hozzárendelést ábrázolni.

### **3.2. Egyváltozós valós függvények**

Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:

$x \rightarrow ax + b$ ;  $x \rightarrow x^2$ ;  $x \rightarrow ax^2 + bx + c$ ;  $x \rightarrow \sqrt{x}$ ;  $x \rightarrow \frac{1}{x}$ ;  $x \rightarrow a^x$ .

#### **3.2.1. A függvények grafikonja, függvénytranszformációk**

Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról.

Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni  $f(x) + c$ ;  $f(x + c)$ ;  $c \cdot f(x)$ ;  $|f(x)|$

#### **3.2.2. A függvények jellemzése**

Egyszerű függvények jellemzése (grafikon alapján) értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélső érték szempontjából.

### **3.3. Sorozatok**

Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció).

#### **3.3.1. Számtani és mértani sorozatok**

Ismerje a számtani és mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket. Bizonyítsa a számtani és mértani sorozat összegképletét. Tudjon olyan feladatokat megoldani számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az  $a_n$ -re, illetve az  $S_n$ -re vonatkozó összefüggéseket kell használni.

### **3.3.2. Kamatos kamat, járadékszámítás**

Tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni. Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészetet számolni. Tudjon megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatokat megoldani.

## **4. Geometria, koordinátagometria, trigonometria**

### **4.1. Elemi geometria**

Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.

#### **4.1.1. Térelemek**

Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.

Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.

#### **4.1.2. A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok**

Ismerje a kör, gömb, szakasz felezőmerőleges, szögfelezőfogalmát. Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.

## **4.2. Geometriai transzformációk**

### **4.2.1. Egybevágósági transzformációk**

Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat és alkalmazza ezeket feladatokban.

Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben.

Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit. Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.

### **4.2.2. Hasonlósági transzformációk**

Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció leírását, tulajdonságait.

Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban.

Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit.

Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát. Ismerje és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.

## **4.3. Síkbeli és térbeli alakzatok**

Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különbözőszempontok szerint.

### **4.3.1. Síkbeli alakzatok**

**4.3.1.1. Háromszögek** Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.

Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külsőszögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).

Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.

Ismerje és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, körül-írt, illetve beírt kör).

Bizonyítsa az oldalfelez merőlegesek metszéspontjára, illetve a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tételt.

Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt.

#### **4.3.1.2. Négyyszögek**

Ismerje a négyyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) és tulajdonságaikat, ismereteit alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.

Ismerje a konvex síknégyyszög belső és külsőszögeinek összegére vonatkozó tételleket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban.

**4.3.1.3. Sokszögek** Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételleket. Ismerje a szabályos sokszögek definícióját.

**4.3.1.4. Kör** Ismerje a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.

Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külsőpontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.

Tudjon szöget mérni fokban.

Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.

Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Thalész-tételt.

#### **4.3.2. Térbeli alakzatok**

Ismerje a következő testeket és azok részeit, alkotóelemeit: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerűbb feladatokban.

#### **4.4. Vektorok síkban és térben**

Ismerje és alkalmazza feladatokban a következődefiníciókat, tételeket:

- vektor fogalma, abszolútértéke,
- nullvektor, ellentett vektor,
- vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa.

Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:

- vektor koordinátái,
- vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái.

#### **4.5. Trigonometria**

Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.

Tudja származtatni tompaszögek szögfüggvényeit a kiegészítő szögek szögfüggvényeiből.

Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek,  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sin\alpha/\cos\alpha$ .

Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényeit.

Szögfüggvény értékének ismeretében tudja a szöget meghatározni számológép segítségével.

Ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt. Bizonyítsa a szinusztételt.

#### **4.6. Koordinátageometria**

Tudja AB vektor koordinátáit, abszolútértékét.

##### **4.6.1. Pontok, vektorok**

Tudja kiszámítani két pont távolságát. Tudja kiszámítani szakasz felező pontjának koordinátáit és ezeket alkalmazza feladatokban.

Tudja felírni háromszög súlypontjának koordinátáit és ezt alkalmazza feladatokban.

##### **4.6.2. Egyenes**

Tudja felírni egyenesek egyenletét  $y = mx + b$ , illetve  $x = c$  alakban.

Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit.

Ismerje meredekséggel megadott egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.

Tudjon megoldani egyszerű geometriai feladatokat koordinátageometriai eszközökkel.

##### **4.6.3. Kör**

Tudja felírni adott középpontú és sugarú körök egyenletét.

#### **4.7. Kerület, terület**

Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.

Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból:  $t = a \cdot m/2$

$t = ab \cdot \sin\gamma/2$

Tudja kiszámítani a nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, a kör körcikk, körszelet és körgyűrű kerületét és területét.

#### **4.8. Felszín, térfogat**

Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.

Tudja kiszámítani a hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínét és térfogatát egyszerűbb esetekben.

### **5. Valószínűség-számítás, statisztika**

#### **5.1. Leíró statisztika**

Tudjon adott adathalmazt szemléltetni.

### **5.1.1. Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai**

Tudjon adathalmazt szemléltetni.

Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni. Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát.

Tudjon kördiagramot, oszlopdiagramot és sodrófa (box-plot) diagramot készíteni.

Tudjon választani megfelelő diagramtípust egy adathalmaz ábrázolásához, és tudjon a választása mellett érvelni.

Tudjon adott diagramról információt kiolvasni.

Tudjon grafikus manipulációkat felismerni és javítani diagramok esetén. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság.

### **5.1.2. Nagy adathalmazok jellemzői, statisztikai mutatók**

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: átlag, kvartilisek, medián, módusz, terjedelem, szórás.

Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát.

Tudja a szórást kiszámolni adott adathalmaz esetén a definíció alkalmazásával vagy számológéppel.

Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.

### **5.2. A valószínűség-számítás elemei**

Ismerje és alkalmazza konkrét példák esetén a következő fogalmakat: esemény, eseménytér, elemi esemény, események összege és szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események.

Ismerje és alkalmazza a klasszikus Laplace- modellt.

Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét.

Ismerje a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között.

Ismerje és alkalmazza a geometriai valószínűség modelljét.

Tudjon valószínűséget számítani visszatevése és visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Ismerje és alkalmazza a várható érték fogalmát.